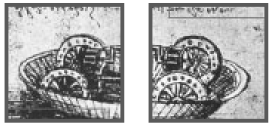
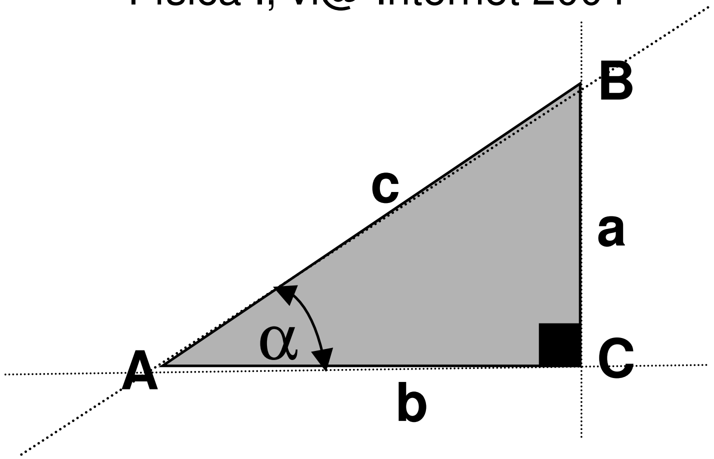


Curso de Matemáticas para Física

Trigonometría

Trigonometría

Física I, vi@ Internet 2004



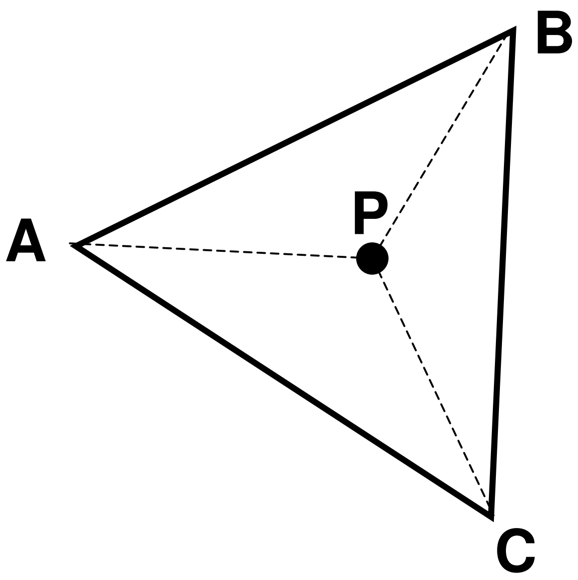
Visualización de triángulos

Fijémonos en un triángulo cualquiera.

Establecemos un punto dentro de él, y formemos los triángulos dentro de éste.

Trazamos una línea del vértice **A** hasta **P**.

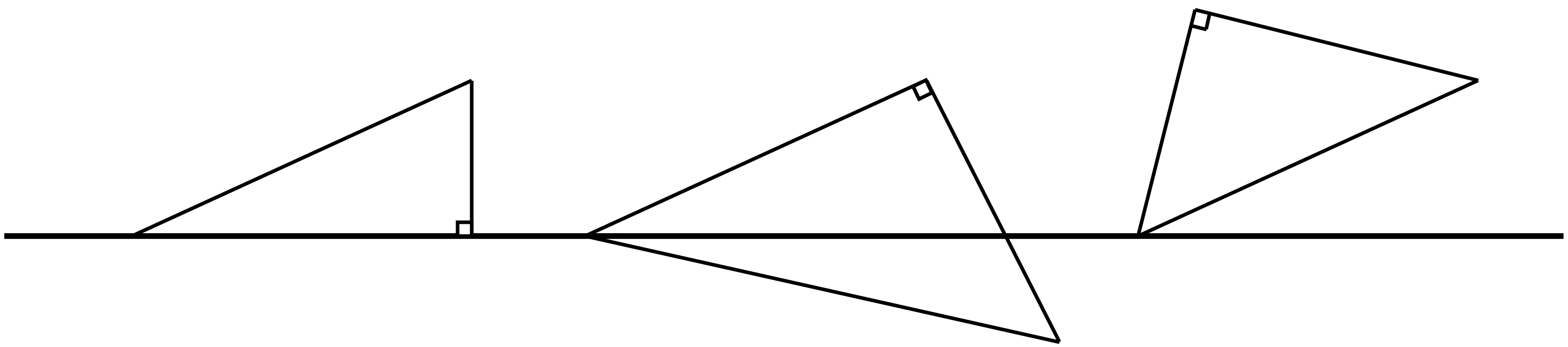
Otra línea desde el vértice **B** hasta el punto **P**, y ya tenemos el primer triángulo **APB**.



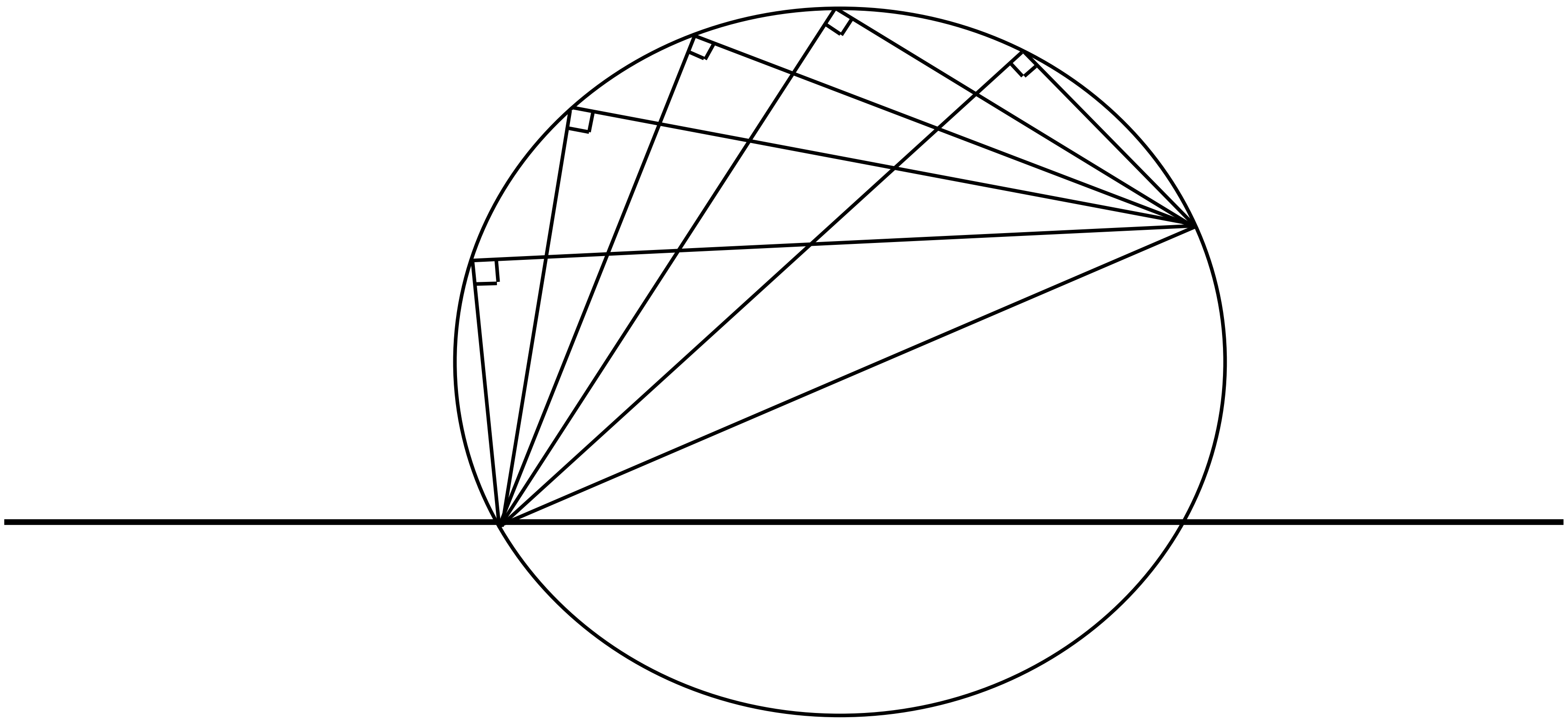
Y otra línea del vértice **C** hasta **P**, y obtenemos dos triángulos más, **APC** y **CPB**

Ahora sigamos haciendo mas triángulos rectángulos, analicemos la recta y veamos que triángulos se pueden hacer.

Con esta línea podemos hacer varios triángulos rectángulos.

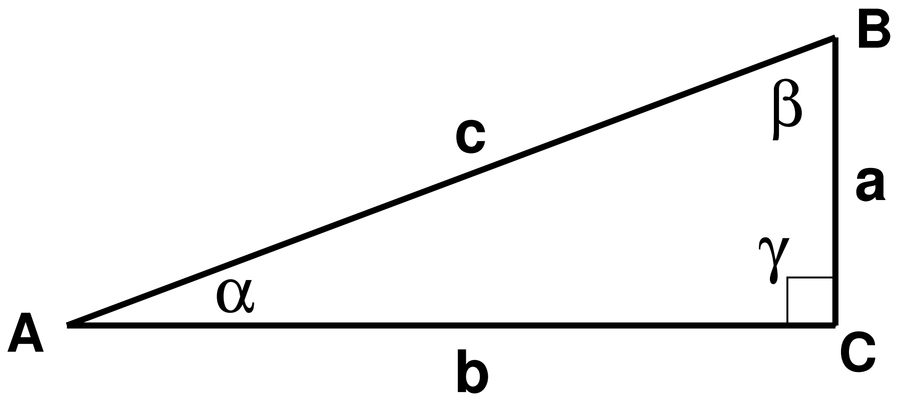


De hecho con esta línea se pueden hacer infinitos triángulos rectángulos



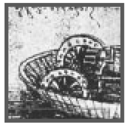
Trabajemos con los triángulos rectángulos

Para trabajar con este es necesario establecer nombres a cada vértices, a cada ángulo y a cada lado, esto lo podemos hacer arbitrariamente.



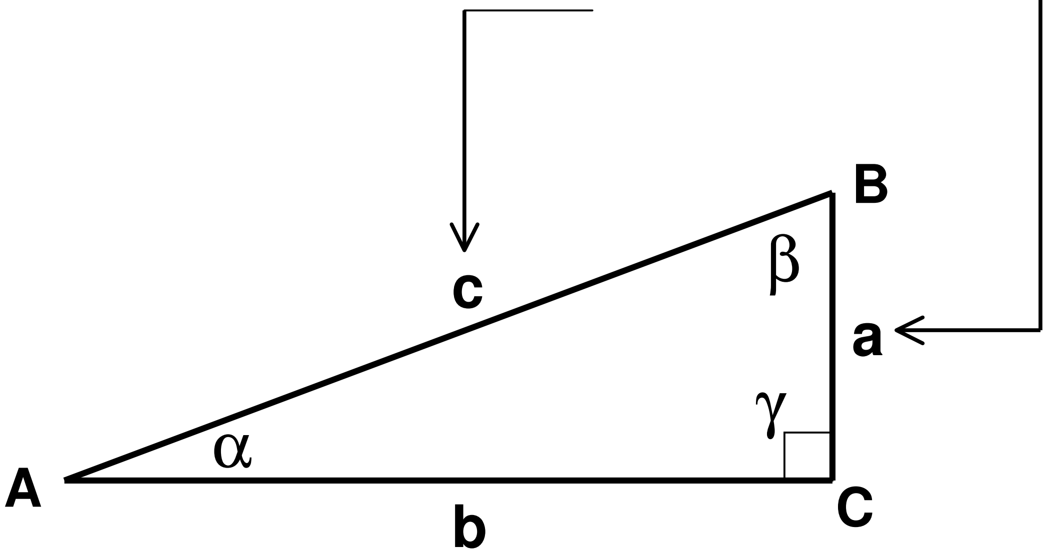
Claramente por construcción el ángulo γ es igual a 90º

Definiremos además el lado **c** como la **hipotenusa** y los lados **b** y **a** como los catetos.



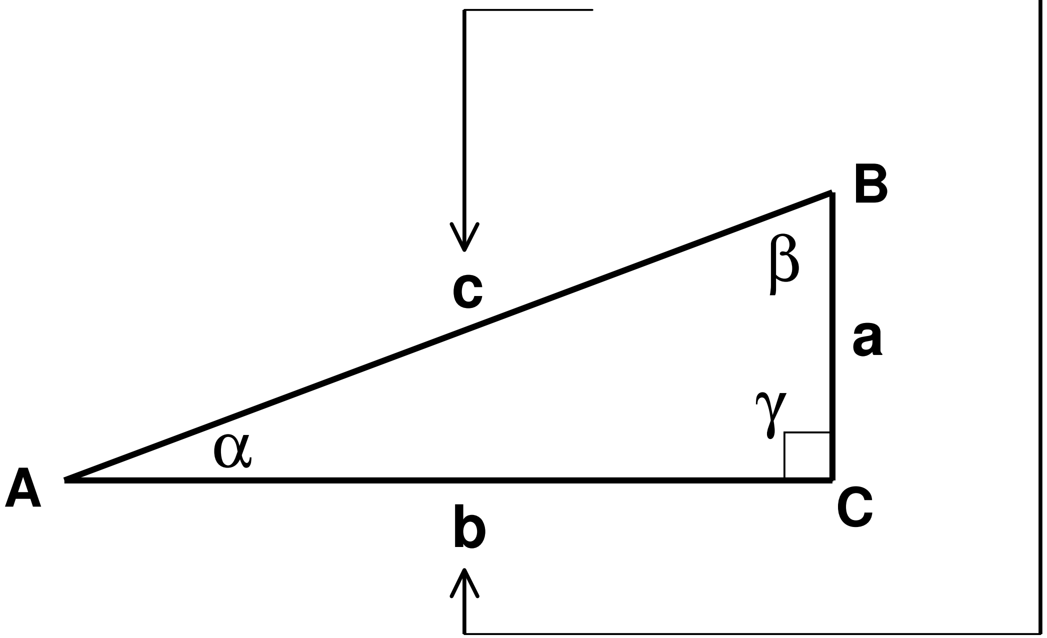
Ahora vamos a introducir las funciones que se establecen sólo dentro de un triángulo rectángulo, estas funciones NO se pueden ocupar en triángulos que no sean rectángulos.

$$\text{SENO}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}}$$



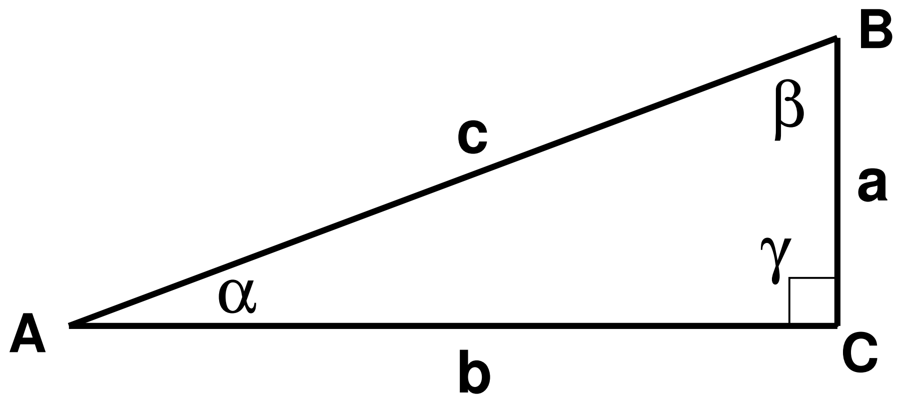
Es necesario notar que dentro de este mismo triangulo se puede establecer otra función SENO

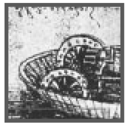
$$\text{SENO}(\beta) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}}$$



Curso de Matemáticas para Física

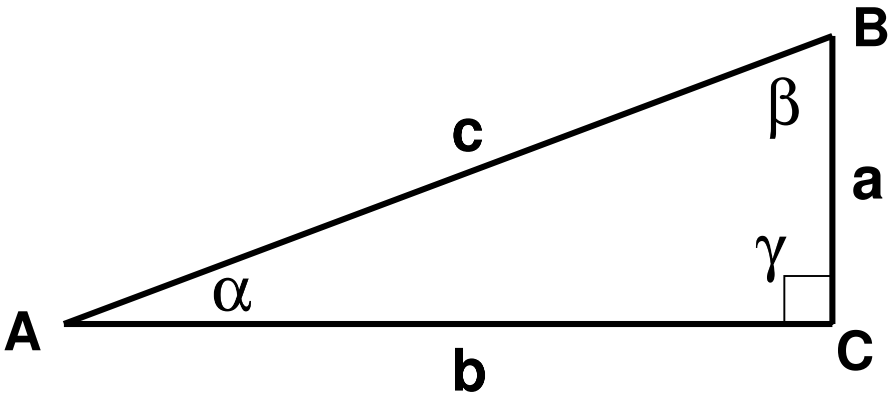
Existirá SENO (γ), por cierto que si, pero este es un único valor y que es igual a 1, esto es lo mismo que decir si existe SENO(90º)



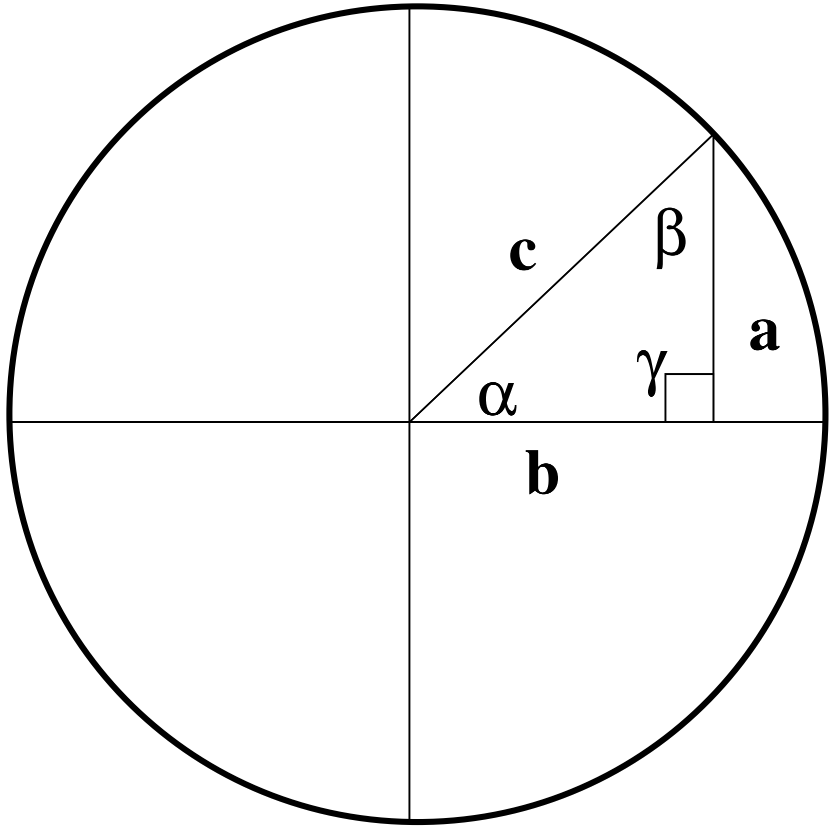


Existirá SENO (90º), por cierto que si, pero este es un único valor y que es igual a 1

¿Por qué?



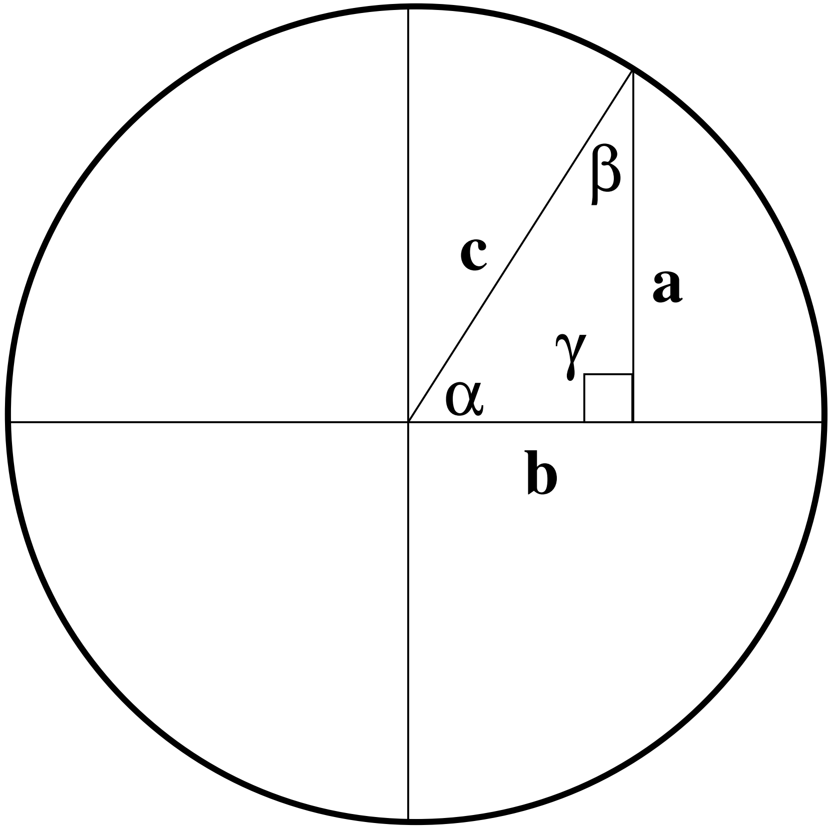
Miremos la siguiente figura:



$$\mathrm{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale **c**

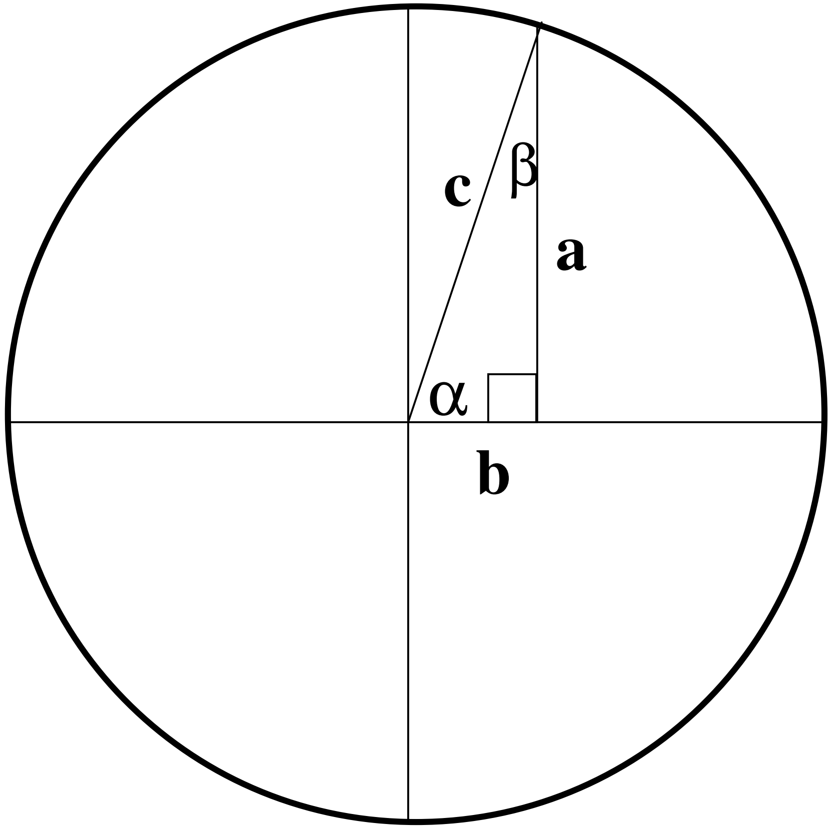
Miremos la siguiente figura:



$$\mathrm{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale **c**

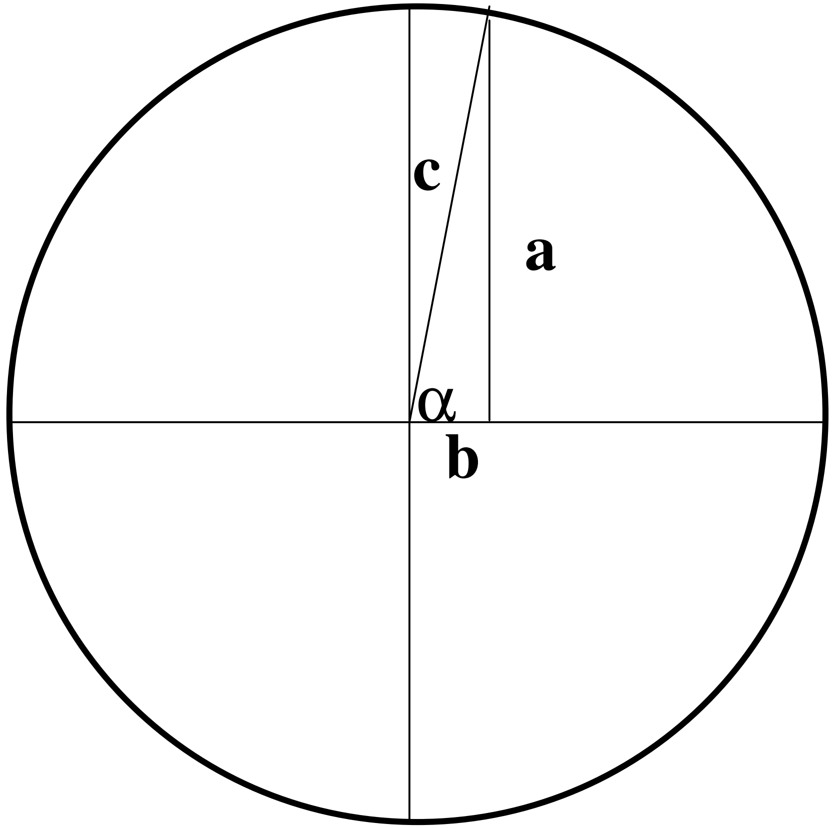
Existirá SENO (90º), por cierto que si, pero este es un único valor y que es igual a 1 ¿Por qué?. Miremos la siguiente figura:



$$\text{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale **c**

Existirá SENO (90º), por cierto que si, pero este es un único valor y que es igual a 1 ¿Por qué?. Miremos la siguiente figura:



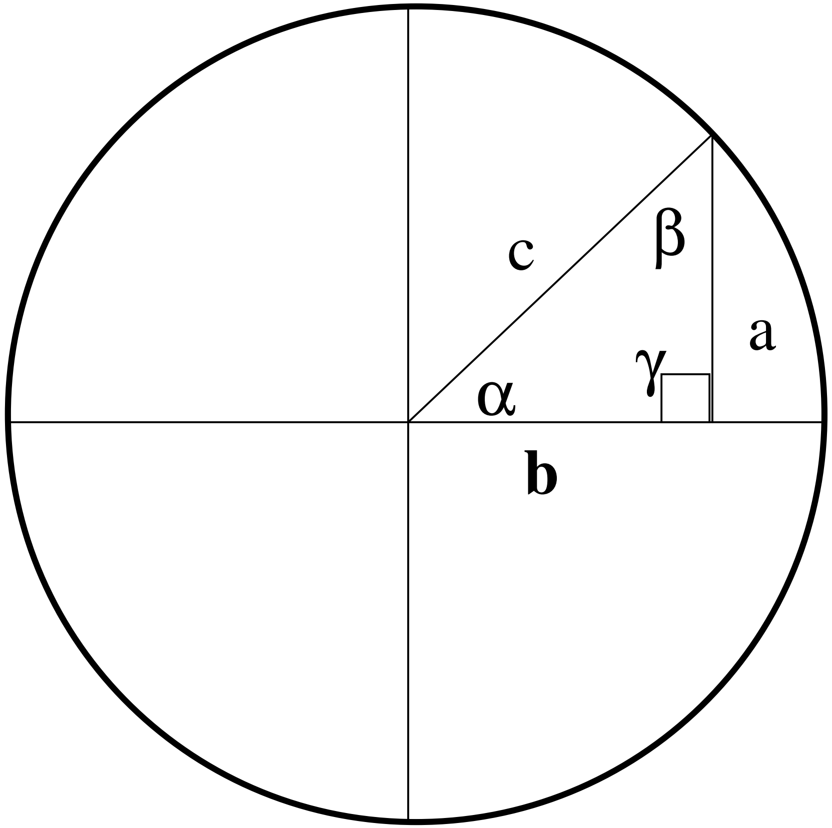
Con esto vemos que si el ángulo $\alpha = 90º$,

entonces el cateto **a** es igual a la hipotenusa **c**, por lo cual se tiene:

$$\text{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} = 1$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale **c**

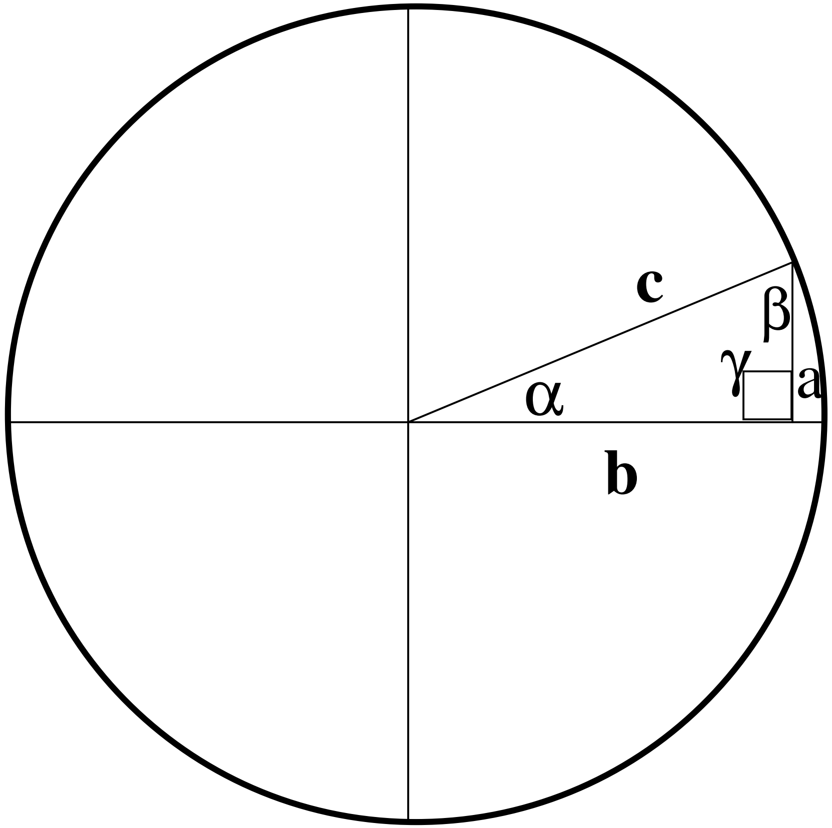
Lo mismo ocurre para SENO (0º), pero ahora toma un valor 0
¿Por qué?
Miremos la siguiente figura:



$$\text{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Lo mismo ocurre para SENO (0º), pero ahora toma un valor 0
¿Por qué?
Miremos la siguiente figura:



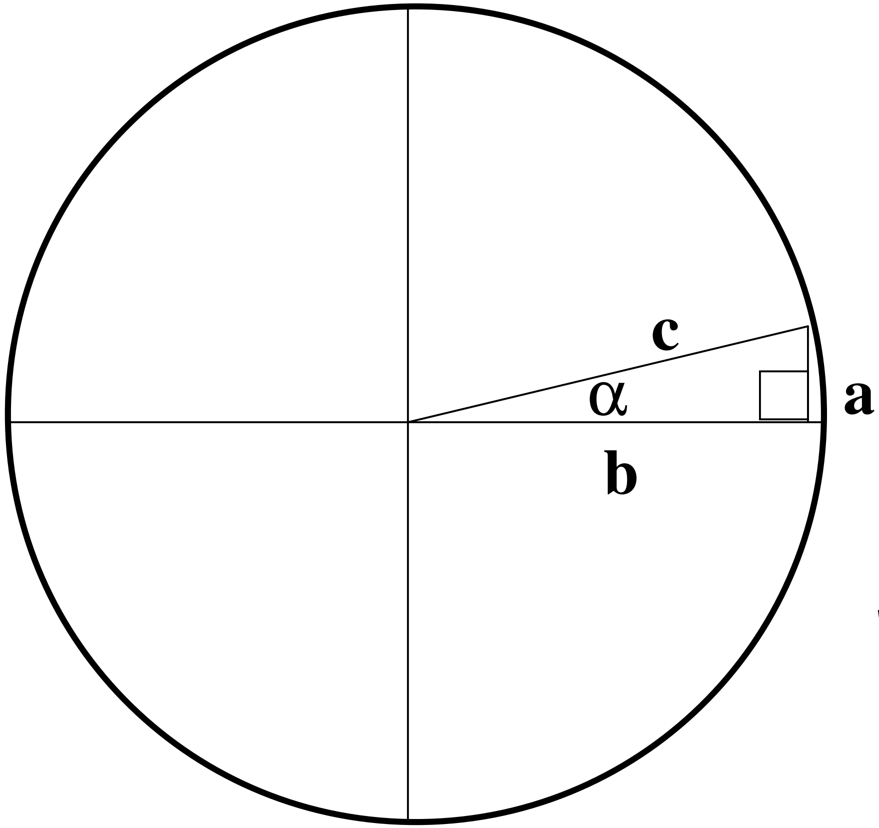
$$\text{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Lo mismo ocurre para SENO (0º), pero ahora toma un valor 0

¿Por qué?

Miremos la siguiente figura:



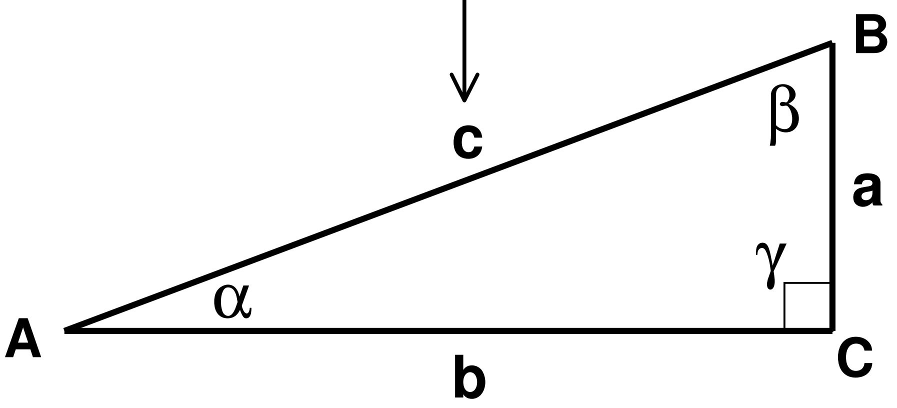
Ahora vemos que **a** cada vez se parece más a 0, por lo cual cuando α = 0º, el cateto **a** es igual a cero, por lo cual se tiene:

$$\mathrm{SENO}(\alpha) = \frac{\mathbf{a}}{\mathrm{c}} = \mathbf{0}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

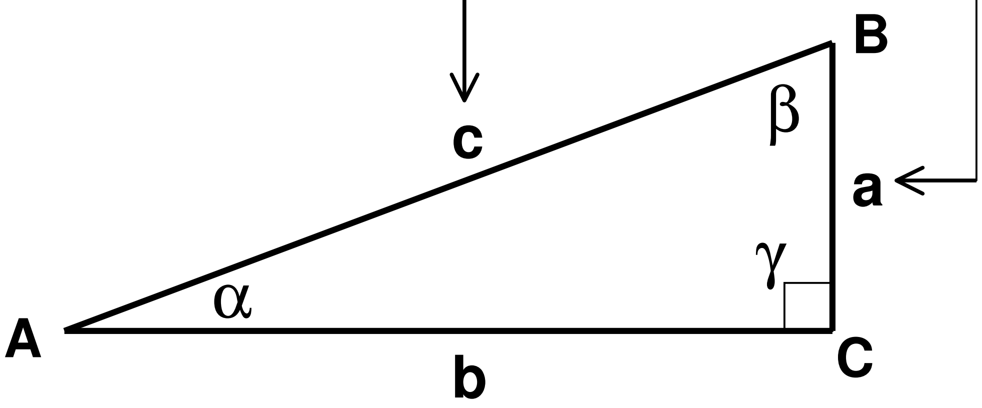
Veamos ahora, otra función trigonométrica:

$$\mathrm{COS}\ (\alpha) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$



También podemos definir el $\mathrm{COS}(\beta)$ como:

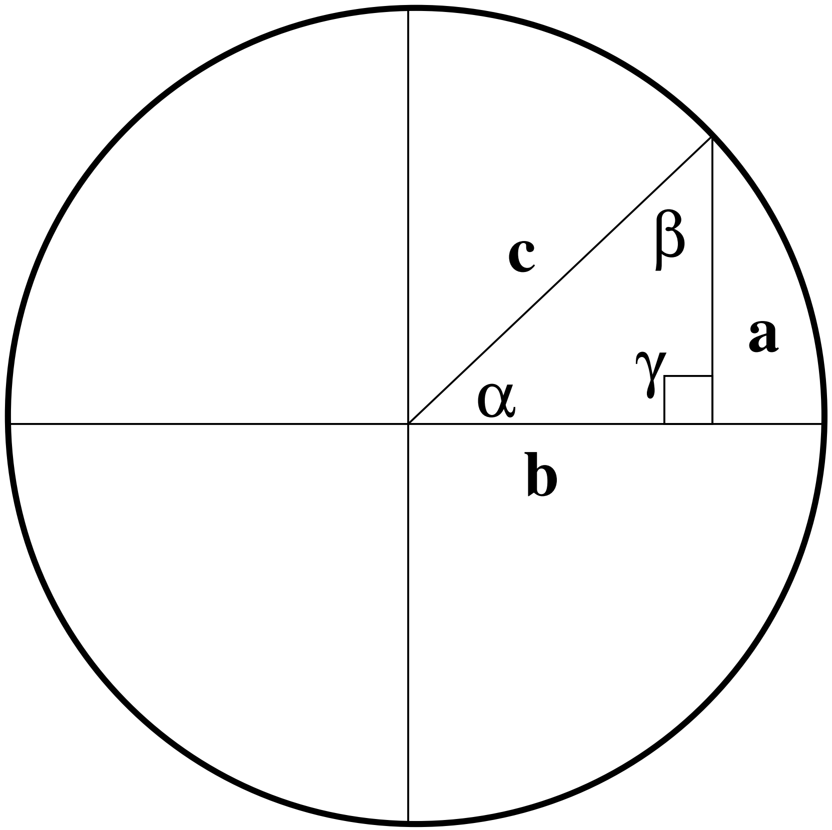
$$\mathrm{COS}\,(\beta) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$



Al igual que la función SENO, también existe COS(0º) y COS(90º), que toma los valores 1 y 0 respectivamente. El análisis es el mismo que el ocupado en SENO.

COS (90º), = 0

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:

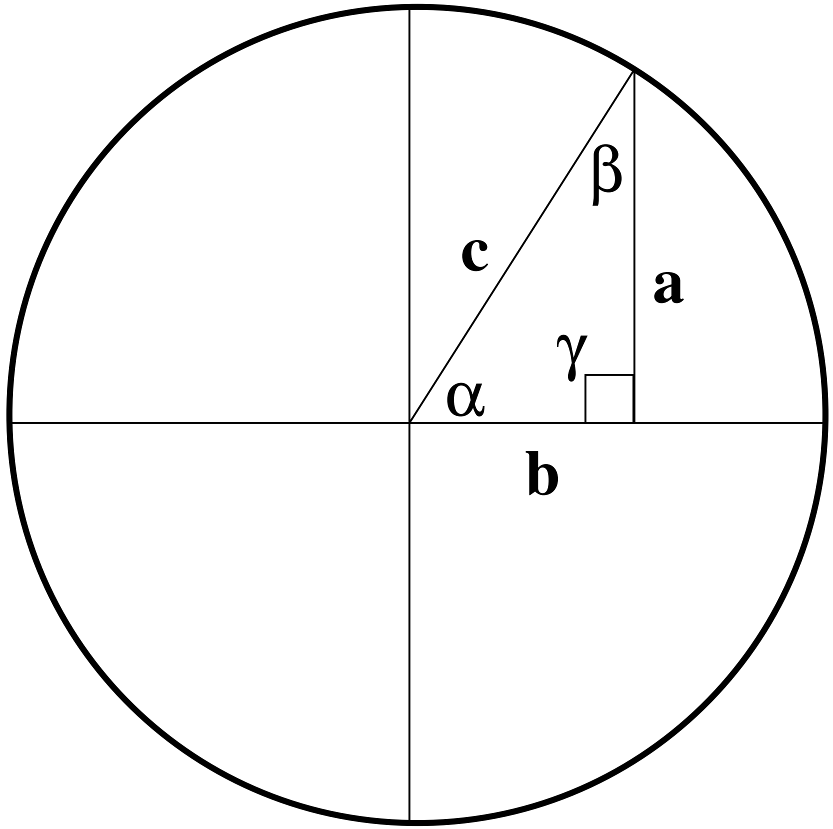


$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

COS (90º), = 0

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:

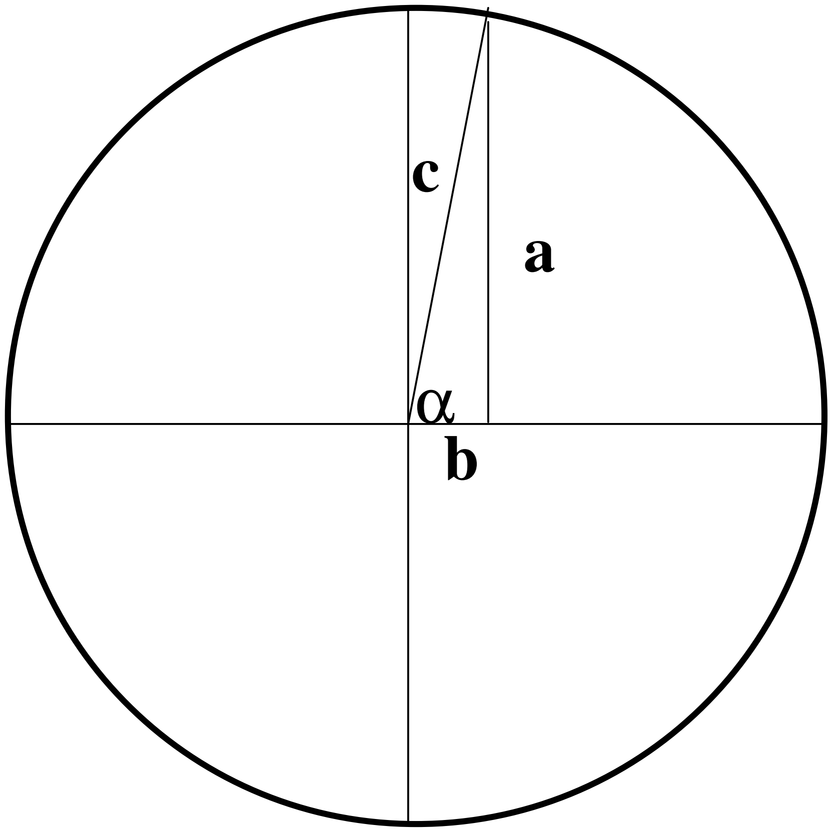


$$\mathrm{COS}(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

COS (90º), = 0

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:

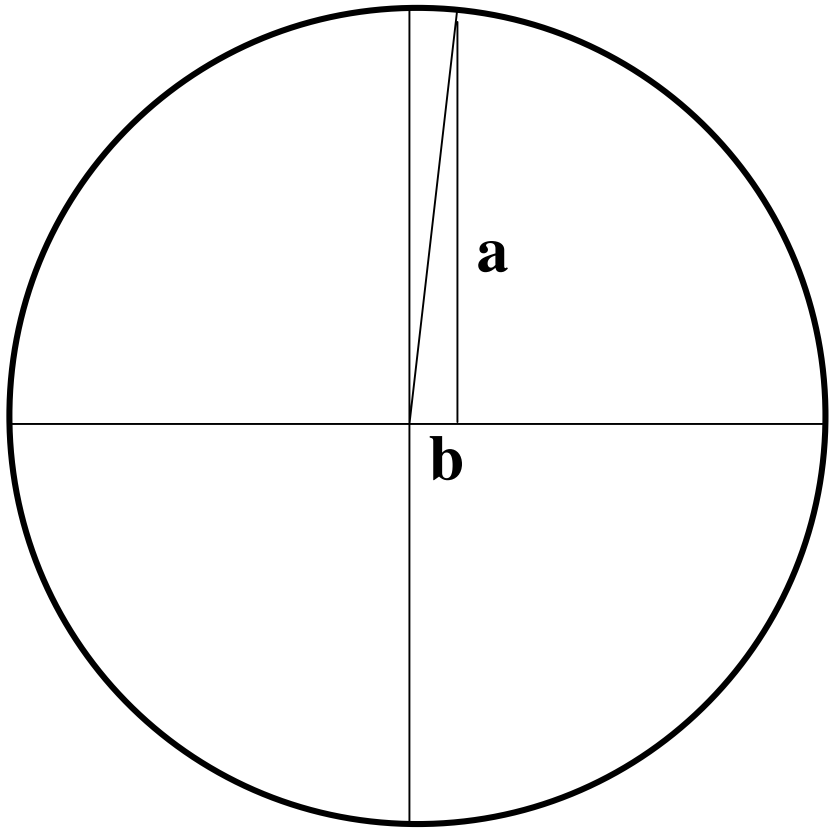


$$\mathrm{COS}(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

COS (90º), = 0

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:



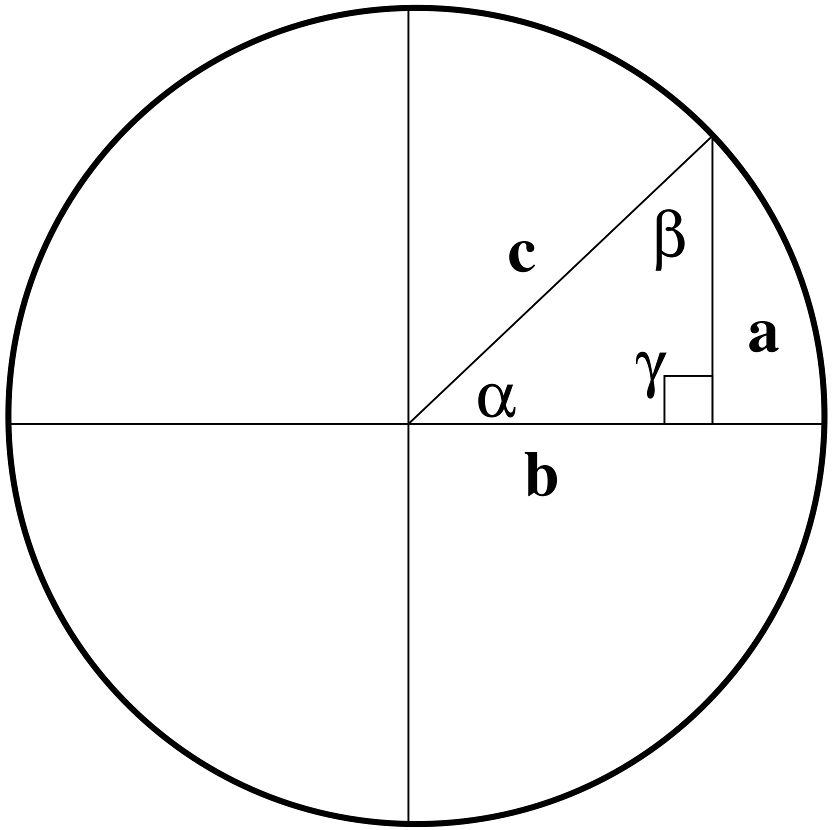
Con esto vemos que si el ángulo α = 90º, entonces el cateto b es igual 0, por lo cual se tiene:

$$\mathrm{COS}(\alpha) = \frac{b}{c} = 0$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Lo mismo ocurre para COS (0º) = 1

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:

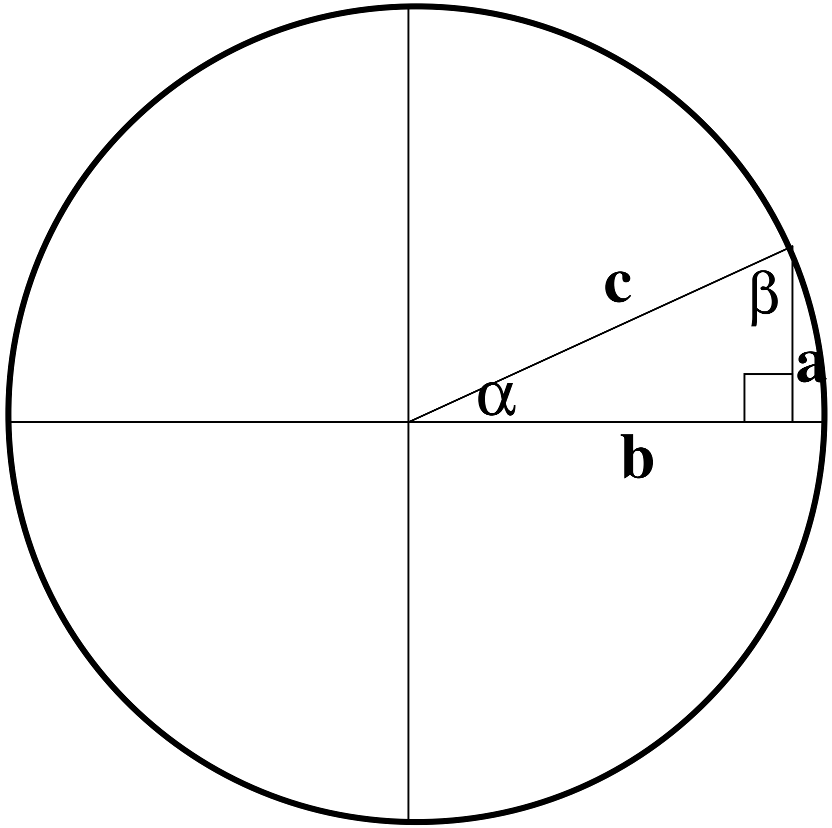


$$\mathrm{COS}(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Lo mismo ocurre para COS (0º) = 1

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:

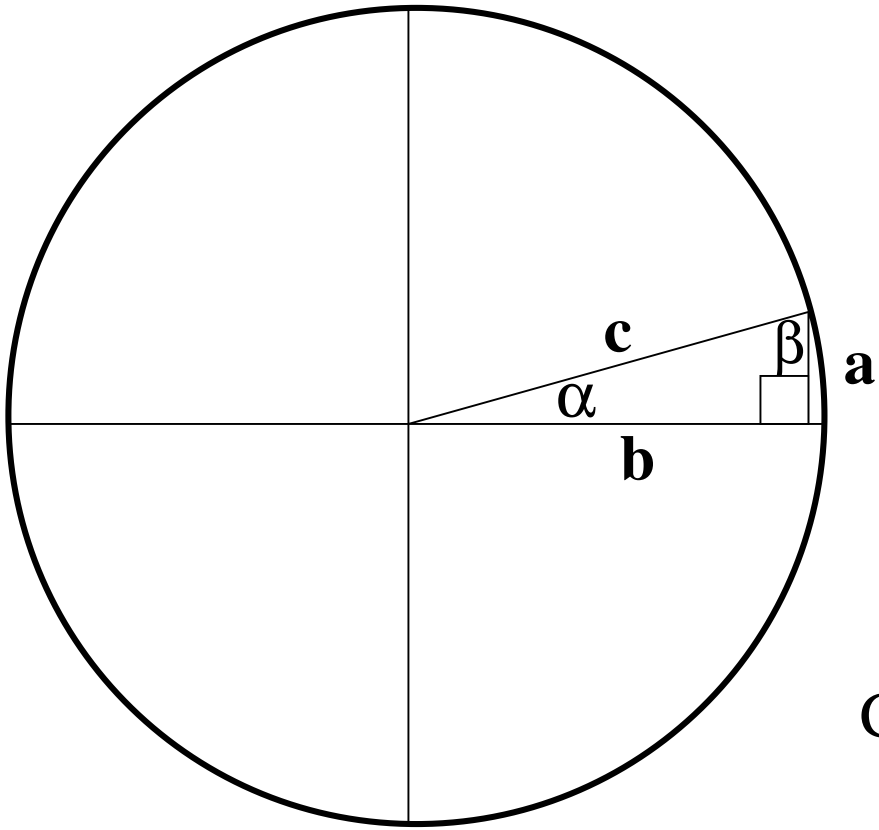


$$COS(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Lo mismo ocurre para COS (0º) = 1

¿Por qué? Miremos la siguiente figura:



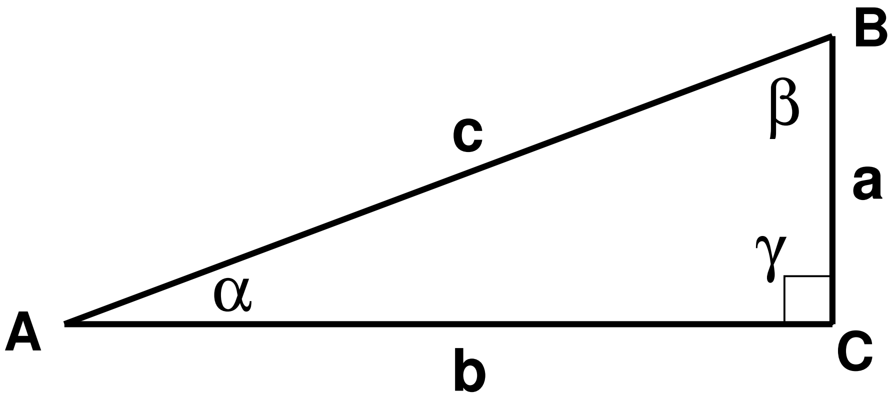
Ahora vemos que b cada vez se parece más a la hipotenusa **c**, por lo cual cuando α = 0º, el cateto b es igual a la hipotenusa, por lo cual se tiene:

$$\mathrm{COS}(\alpha) = \frac{b}{c} = 1$$

Notemos que el radio de la circunferencia vale c

Definamos otra función trigonométrica:

$$\mathrm{TAN}(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{\mathrm{SENO}(\alpha)}{\mathrm{COS}(\alpha)} = \frac{a/c}{b/c}$$



$$\mathrm{TAN}(90º) = \frac{\mathrm{SENO}(90º)}{\mathrm{COS}(90º)}$$

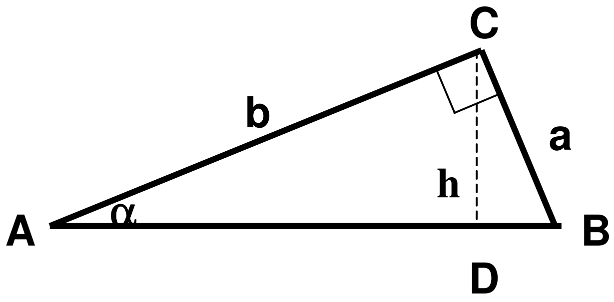
$$\mathrm{TAN}(90º) = \frac{1}{0} = \text{infinito}$$

$$\mathrm{TAN}(0º) = \frac{\mathrm{SENO}(0º)}{\mathrm{COS}(0º)}$$

$$\mathrm{TAN}(0º) = \frac{0}{1} = 0$$

Aplicaciones:

Dado el triángulo de la figura calcular su altura h



¿Qué función ocupar?

¿Cuáles podemos ocupar?

Para saber que función ocupar es necesario establecer primero ¿Qué es lo que sabemos?

1a) b es el cateto adyacente para a del triángulo

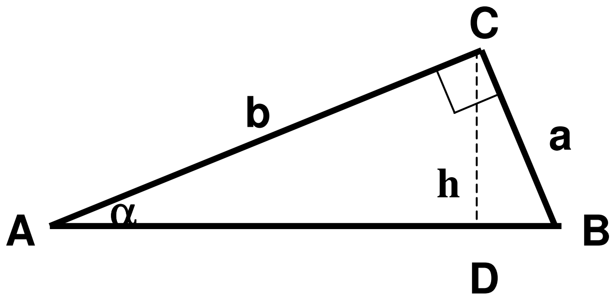
2a) b es la hipotenusa para a del triángulo ADC

3a) a es el cateto opuesto para a del triángulo ABC

4a) a es la hipotenusa del triángulo BDC

Aplicaciones:

Dado el triángulo de la figura calcular su altura h



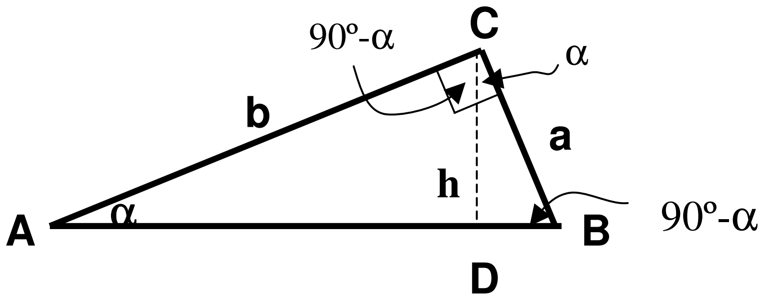
¿Qué función ocupar?

¿Cuáles podemos ocupar?

Con esto nos damos cuenta de que tenemos más de una posibilidad para resolver el ejercicio

Aplicaciones:

Dado el triángulo de la figura calcular su altura h



¿Qué nos piden?

:: Calcular h ¿qué es h?

1b) h es la altura del triángulo ACB

2b) h es cateto opuesto para a en el triángulo ACD

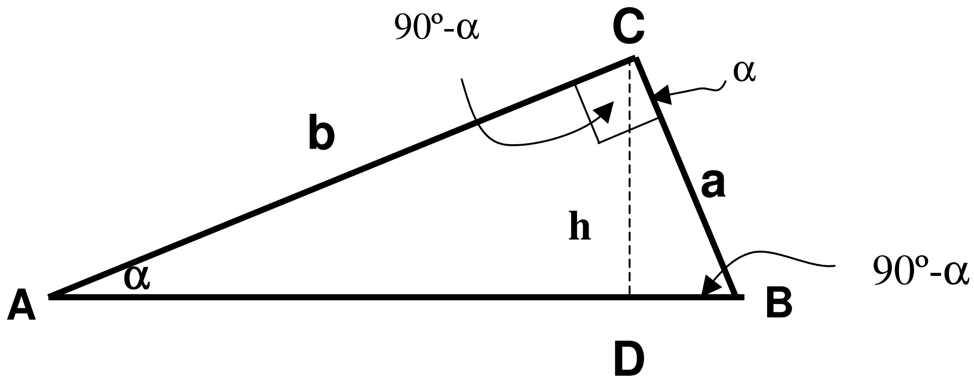
3b) h es cateto opuesto para (90º-a) en el triángulo BCD

4b) h es cateto adyacente para a en el triángulo BCD

5b) h es cateto adyacente para (90º-a) en el triángulo ACD

Aplicaciones:

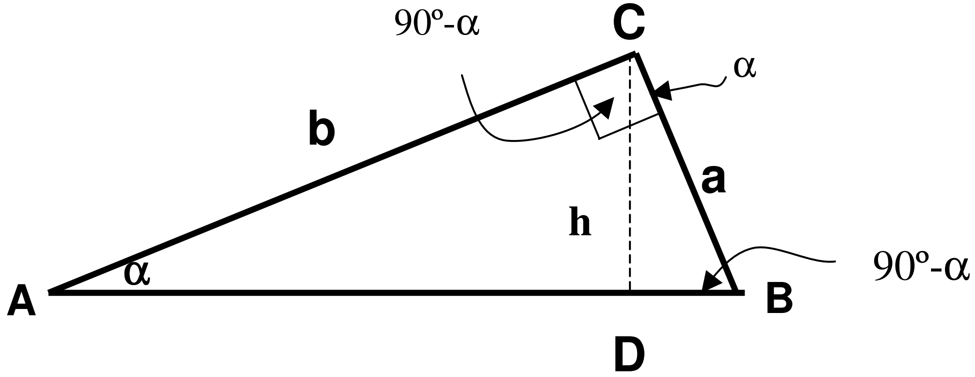
Dado el triángulo de la figura calcular su altura h



Ahora si que tenemos muchas posibilidades para calcular la altura h, solo tenemos que preocuparnos de estar hablando sobre los mismo lados

Aplicaciones:

Dado el triángulo de la figura calcular su altura h



Respuesta: Aquí tenemos algunas de las respuestas:

$$\sin(\alpha)=\frac{h}{b}\Rightarrow h=b\cdot\sin(\alpha)$$ 2a) con 2b)

$$\sin(90^{\circ}-\alpha)=\frac{h}{a}\Rightarrow h=a\cdot\sin(90^{\circ}-\alpha)$$ 4a) con 3b)

$$\cos(90^{\circ}-\alpha)=\frac{h}{b}\Rightarrow h=b\cdot\cos(90^{\circ}-\alpha)$$ 2a) con 5b)

$$\cos(\alpha)=\frac{h}{a}\Rightarrow h=a\cdot\cos(\alpha)$$ 4a) con 4b)